

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Российский государственный гуманитарный университет»

(ФГАОУ ВО «РГГУ»)

ОТДЕЛЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ГУМАНИТАРНОЙ СФЕРЕ

Кафедра математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

45.03.04 Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере

Разработка и программирование интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

Уровень высшего образования: бакалавриат

Форма обучения очная

РПД адаптирована для лиц

с ограниченными возможностями

здоровья и инвалидов

Москва 2025

Математическая логика

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

Доктор технических наук, профессор

В.К. Финн

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры МЛиИС

№ 3 от 10.12.2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка	4
1.1. Цель и задачи дисциплины	4
1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	4
1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	6
2. Структура дисциплины	6
3. Содержание дисциплины	7
4. Образовательные технологии	8
5. Оценка планируемых результатов обучения	9
5.1. Система оценивания	9
5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине	10
5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	11
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	17
6.1. Список источников и литературы	17
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	18
6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы	18
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины	18
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	18
9. Методические материалы	20
9.1. Планы семинарских занятий	20
9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	23
Приложения	27
<i>Приложение 1</i>	27
<i>Приложение 2</i>	29

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является развитие навыков точного рассуждения, включающего методы доказательства в исчислениях как заданных аксиоматически, так и в виде систем правил (аналитические таблицы).

Задачами дисциплины являются:

- изложение начальных сведений, необходимых как для дальнейшего изучения математической логики, так и для успешного освоения курсов программирования и информационных систем;
- введение в теорию бинарных отношений, которая необходима для изучения теории баз данных;
- изложение основ автоматического доказательства теорем (этот раздел логики имеет большое значение для систем искусственного интеллекта).

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять в профессиональной деятельности методы математического анализа, логики и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в информатике, лингвистике и гуманитарных науках	ОПК-1.1. Способен использовать основы математического анализа, логики и математического моделирования;	Знать: — характеристики аксиоматического метода; — определения фундаментальных понятий математической логики (логическая связка, формула, булевская оценка, тавтология, эквивалентность формул, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ), булевская функция, замкнутый класс булевских функций, полнота и предполнота класса булевских функций); — бинарное отношение, отношение эквивалентности и порядка, решетка, булева алгебра; — логический вывод и доказательство, натуральный вывод, исчисление гильбертовского типа, аналитические таблицы, предикат, квантор, реляционная система, модель, общезначимость, полнота и непротиворечивость формальных теорий, предваренная нормальная форма, предваренная нормальная форма Скулема, Эрбрановский универсум, резолюция, подстановка и унификация); — теорему о функциональной полноте системы булевских функций; — леммы Хинтикки и теоремы о полноте метода аналитических таблиц для логики высказываний и логики предикатов; — теорему о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема, теорему Эрбрана; — примеры применения теоремы Эрбрана для автоматического доказательства теорем (метод Девиса-Патнема, метод резолюций). Уметь: — формулировать на языках логики высказываний и логики предикатов утверждения (прежде всего математические), записанные неформально; — использовать технику алгебры логики для приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ; — использовать технику натурального вывода для построения доказательств методом аналитических таблиц;
	ОПК-1.2. Способен использовать математические методы для построения моделей в информатике, лингвистике и некоторых гуманитарных дисциплинах.	

		<ul style="list-style-type: none"> — использовать алгебру бинарных отношений. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> — навыками построения истинностных таблиц; — навыками тождественных преобразований в алгебре логики; — навыками построения аналитических таблиц.
ОПК-2. Способен к профессиональному росту и самосовершенствованию в области гуманитарных, социальных и лингвистических наук, а также в сфере техники и технологии информатики.	ОПК-2.2 Пользуется современными справочными и библиотечными системами и системами дистанционного образования.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> — способы доступа к информационным ресурсам по математической логике. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> — использовать поисковые машины для обнаружения нужной информации по математической логике.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая логика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения математики в объеме курса средней школы.

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: математический анализ, алгебра, дискретная математика, теория алгоритмов, математическая лингвистика, программирование, логическое программирование, базы данных, интеллектуальные системы, информационные системы, интеллектуальный анализ данных и машинное обучение.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией и применением результатов и методов математической логики к задачам построения систем искусственного интеллекта.

2. Структура дисциплины

Структура дисциплины для очной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч.

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	32
1	Семинары	24
2	Лекции	32
2	Семинары	24
Всего:		112

--	--

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 176 академических часов.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Се- ме- ст- р	Виды учебной работы (в часах)					Промеж- уточная аттеста- ция	Само- стоят- ельная работ- а	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (<i>по семестрам</i>)
			Контактная							
			Лек- ции	Сем- ина- р	Практи- ческие занятия	Лаборат- орные занятия				
1	Алгебра логики	1	8	12				24	Оценка выполнения практических заданий	
2	Логика высказываний	1	8	12				24	Оценка выполнения практических заданий	
3	Множества и отношения	1	8	8				22	Оценка выполнения практических заданий, контрольная работа	
	экзамен	1					18		экзамен по билетам	
4	Логика предикатов	2	12	12				34	Оценка выполнения практических заданий	
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	2	12	20				36	Оценка выполнения практических заданий, контрольная работа	
	экзамен	2					18		экзамен по билетам	
	итого:		48	64			36	140		

3. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Алгебра логики	Язык логики высказываний. Логические связи. Формулы. Булевские оценки. Тавтологии. Эквивалентные формулы. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Доказуемые формулы и формулы, выводимые из гипотез. Теорема о непротиворечивости для ИЭФ. Нормальные формы в ИЭФ. СДНФ, СКНФ. Приведение к ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ). Теорема о полноте для ИЭФ. Булевские функции. Суперпозиции булевских функций. Замкнутые классы. Предполные классы. Теоремы о представлении булевских функций посредством СДНФ и СКНФ. Функциональная полнота систем булевских функций. Число булевских функций, зависящих от n переменных. Классы T_0 и T_1 . Замкнутость T_0 и T_1 . Предполнота T_0 и T_1 . Класс линейных функций L . Замкнутость L . Предполнота L . Лемма о нелинейной функции. Класс монотонных функций M . Замкнутость M . Предполнота M . Лемма о немонотонной функции. Класс самодвойственных функций S . Замкнутость S . Предполнота S . Лемма о несамодвойственной функции. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.
2.	Логика высказываний	Логика высказываний. Метод аналитических таблиц (а.т.). Классификация формул. Доказуемые формулы. Альфа-, бета-правила. Примеры расширения метода а.т. для трехзначных логик. Определения противоречий в логике высказываний. Теорема о непротиворечивости метода а.т. Лемма Хинтикки (для логики высказываний). Теорема о полноте метода а.т. (для логики высказываний). Теорема компактности (для логики высказываний). Приведение к ДНФ. и КНФ. методом а.т.

3	Множества и отношения	Булева алгебра множеств. Кортежи. Декартово произведение. Предикаты и отношения. Булева алгебра отношений. Бинарные отношения. Операции обращения и композиции. Бинарные отношения: матричное задание булевских операций над бинарными отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Графы. Простые графы и бинарные отношения. Отношения типа эквивалентности. Разбиения. Теорема о разбиении. Частично упорядоченные множества. Диаграммы. Полурешетки. Квазирешетки. Дистрибутивные решетки. Дистрибутивные решетки с дополнениями (булевы алгебры). Примеры дистрибутивных квазирешеток и решеток: некоторые трехзначные логики.
4	Логика предикатов	Язык логики предикатов первого порядка. Кванторы. Формулы. Оценки формул логики предикатов первого порядка. Реляционные системы, модели. Общезначимые формулы. Предикаты на конечных универсумах: устранение кванторов. Метод а.т. для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о непротиворечивости метода а.т. (для логики предикатов). Лемма Хинтикки (для логики предикатов). Теорема о полноте метода а.т. (для логики предикатов).
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	Предваренные нормальные формы в логике предикатов. Предваренные нормальные формы Скулема. Теорема о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Н-интерпретации множества дизъюнктов S. Необходимое и достаточное условие невыполнимости S. Семантические деревья. Опровергающие вершины. Теорема Эрбрана (вариант I). Теорема Эрбрана (вариант II). Применение теоремы Эрбрана: метод Девиса-Патнема. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente как следствии дизъюнктов C1 и C2. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации. Теорема унификации. Метод резолюций для логики предикатов 1-го порядка. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций. Стратегия вычеркивания. Алгоритм поглощения. Теорема о корректности алгоритма поглощения.

4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Алгебра логики	Лекция + Семинар 1–4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
2	Логика высказываний	Лекция + Семинар 1–4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
3	Множества и отношения	Лекция + Семинар 1–4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
4	Логика предикатов	Лекция + Семинар 1–4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты
5	Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	Лекция + Семинар 1–4 Самостоятельная работа	Теоретическая лекция. Семинар-обсуждение. Практикум по решению задач. Консультирование посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
● Опрос (1—5)	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 1—5)	5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 1—3)	20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация экзамен)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)		100 баллов
Текущий контроль:		
● опрос (6—8)	5 баллов	20 баллов
● дом. задание (темы 6—8)	5 баллов	20 баллов
● контр. работа (темы 6—7)	20 баллов	20 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.

		<p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетворительно»/ «зачтено (удовлетворительно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

5.3.1. Образцы заданий для самостоятельного выполнения

Контрольная работа 1

Вариант 1

№1 $((\neg p \supset \neg q) \supset ((q \supset p)) \equiv ((p \& q) \supset q)$

Доказать в ИЭФ

№2 $(p \supset ((p \supset q) \supset q)) \equiv 1$

Доказать в ИЭФ

№3 (1) Привести к с.д.н.ф. и найти с.к.н.ф., используя множество векторов Ω

$$(((p \& \neg(q \supset p)) \vee r) \vee (p \& (\neg q \supset (q \supset r))))$$

(2) Проверить результаты (1) по истинностной таблице.

№4 $((p \supset p) \supset ((p \& r) \supset q)) \supset p) \& r$

привести к с.к.н.ф. и проверить результаты по истинностной таблице.

№5* Выразить $x + y$ через $x \downarrow y$, где $x \downarrow y = \neg(x \vee y)$, $x + y$ – сложение Жегалкина (исключающее или).

Вариант II

№1 $((p \supset r) \supset ((q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset r))) \equiv (\neg q \supset (q \supset r))$

Доказать в ИЭФ

№2 $((p \supset q) \supset ((p \supset \neg q) \supset \neg p)) \equiv 1$

Доказать в ИЭФ

№3 (1) Привести к с.д.н.ф. и найти с.к.н.ф., используя множество векторов Ω_3

$((p \supset q) \supset (p \supset (p \vee r))) \supset (p \vee r)$

(2) Проверить результаты (1) по истинностной таблице.

№4 $((p \supset (q \supset r)) \supset ((p \& q) \supset r)) \supset p) \& q$

привести к с.к.н.ф. и проверить результаты по истинностной таблице.

№5* Выразить $x + y$ через $x | y$, где $x | y = \neg(x \& y)$, $x + y$ – сложение Жегалкина (исключающее или).

Контрольная работа 2

Вариант I

№1. Построить сокращённую д.н.ф. $F(x,y,z)$. Существуют ли фиктивные переменные у $F(x,y,z)$?

$F(x,y,z) = \langle 11110100 \rangle$

Указание. Истинностная таблица начинается с $\langle 1,1,1 \rangle$

№2. В булевой алгебре множеств (БАМ) доказать тождества

(1) $(X \cap Y) - (X \cap Z) = (X \cap Y) - Z$

(2) $X \cup Y = (X \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\cap}} Y) \cup (X \cap Y)$

№3. В БАМ вывести из гипотез:

(1) $X \subseteq Y \vdash X \cup Z \subseteq Y \cup Z$

(2) $(X \cap Y) \subseteq Z \vdash X \subseteq (-Y \cup Z)$

№4. Будет ли линейной $F(x, y, z) = (xy \vee \neg x \neg y) + Z$?

№5. Выразить в алгебре Жегалкина $F(x,y,z) = (x \supset y) \& (\neg x \vee z)$

№6. Будет ли функционально полным множество функций $F = \{x + y, x \vee \neg y, 1\}$?

№7* Из функционально полных множеств выделить все возможные базисы

(1) $F_1 = \{x \supset y, 0, x + y, x \& y, 1\}$

(2) $F_2 = \{x \vee y, x + y, 1, x \& y\}$

Вариант II

№1. Построить сокращённую д.н.ф. $F(x,y,z)$. Существуют ли фиктивные переменные у $F(x,y,z)$?

$F(x,y,z) = \langle 00101111 \rangle$

Указание. Истинностная таблица начинается с $\langle 1,1,1 \rangle$

№2. В булевой алгебре множеств (БАМ) доказать тождества

$$(1) (X \cup Y) - Z = (X - Z) \cup (Y - Z)$$

$$(2) X - Y = X \overset{\dot{\cap}}{\underset{\dot{\cap}}{}} (X \cap Y)$$

№3. В БАМ вывести из гипотез:

$$(1) (X - Y) \overset{\dot{\cap}}{\underset{\dot{\cap}}{}} Y = X \vdash Y \subseteq X$$

$$(2) X \subseteq (-Y \cup Z) \vdash X \cap Y \subseteq Z$$

№4. Будет ли самодвойственной $m(\neg x, y, \neg z)$?

№5. Выразить в алгебре Жегалкина $F(x,y,z) = (x \supset y) \& (y \downarrow z)$

№6. Будут ли функционально полными множества

$$(1) F1 = \{m(x,y,z), x+y, 1\}$$

$$(2) F2 = \{x \vee y, x \& y, x+y\}?$$

№7*. Из функционально полных множеств выделить все возможные базисы

$$(1) \{m(x,y,z), 0, x \supset y, x+y\}$$

$$(2) \{x+y, x \vee \neg y, 1, x \equiv y, x \& y\}$$

Контрольная работа 3

Вариант I

№1. Методом аналитических таблиц доказать $\forall x \forall y (P(x,y) \& Q(x,y)) \supset (\forall x \forall y P(x,y) \& \forall x \forall y Q(x,y))$.

№2. Методом аналитических таблиц доказать $(\exists x P(x) \& \phi) \supset \exists x (P(x) \& \phi)$, где ϕ - любая замкнутая формула.

№3. Методом аналитических таблиц доказать $\forall x (A(x) \equiv B(x)) \vdash (\exists x A(x) \equiv \exists x B(x))$.

№4. Установить выполнимость в конечном универсуме U формулы $(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) \supset \forall x (P(x) \& Q(x))$. Найти U . Применить метод аналитических таблиц.

№5. $U = \{1,2,3\}$. $R = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$, показать, что R рефлексивно и симметрично.

№6. Привести к предваренной нормальной форме $\exists x \forall y A(x,y) \vee \exists x \forall y B(x,y)$. Построить стандартную форму Скулема и найти $N0$ и $N1$.

№7. Методом резолюций доказать невыполнимость $S = \{P \vee Q, R \vee Q, \neg R, \neg Q\}$. Построить дерево вывода.

№8*. Доказать методом аналитических таблиц $R \subseteq Q \supset R \circ S \subseteq Q \circ S$.

Вариант II

№1. Методом аналитических таблиц доказать $\exists x \exists y (P(x,y) \overset{\dot{\cap}}{\underset{\dot{\cap}}{}} Q(x,y)) \supset (\exists x \exists y P(x,y) \overset{\dot{\cap}}{\underset{\dot{\cap}}{}} \exists x \exists y Q(x,y))$.

№2. Методом аналитических таблиц доказать $(\phi \vee \forall x A(x)) \supset \forall x (\phi \vee A(x))$, где ϕ - любая замкнутая формула.

№3. $\forall x (A(x) \equiv B(x)) \vdash (\forall x A(x) \equiv \forall x B(x))$. Вывести методом аналитических таблиц.

№4. $(\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)) \supset \exists x (P(x) \& Q(x))$. Методом аналитических таблиц установить выполнимость в конечном универсуме U.

Найти U.

№5. $U = \{1, 2, 3\}$. $R = \{<1, 1>, <1, 2>, <2, 1>, <2, 2>, <2, 3>, <3, 2>, <3, 3>\}$, найти $Q = R \circ R$.

№6. Привести к предваренной нормальной форме $\forall x P(x) \supset \forall y (\forall z Q(y, z) \supset \forall u P(u))$. Построить стандартную форму Скулема и найти Н0 и Н1.

№7. Методом резолюций доказать невыполнимость $S = \{P \vee Q \vee \neg R, P \vee \neg Q, \neg P, R, T\}$. Построить дерево вывода.

№8*. Доказать методом аналитических таблиц

$$(P \circ Q)^{-1} \subseteq Q^{-1} \circ P^{-1}$$

Контрольная работа 4

Вариант I

№1. (1) $W1 = \{Q(a, x, f(x)), Q(a, y, y)\}$,

(2) $W2 = \{Q(x, y, z), Q(u, h(v, v), u)\}$.

Унифицируемое ли $W1$ и $W2$, если да, то найти НОУ.

№2. Найти резольвенты (если они есть):

$$C1 = \neg P(x) \overset{?}{\leftarrow} Q(x, b)$$

$$C2 = P(a) \overset{?}{\leftarrow} Q(a, b)$$

№3. (1) Каждый атлет силен

(2) Каждый, кто силен и умен, добьется успеха в своей карьере

(3) Петр – атлет

(4) Петр – умен

(5) Петр добьется успеха в своей карьере

A(x): x – атлет, а – Петр

S(x): x – силен

Q(x): x – умен

K(x): x – добьется успеха в карьере

Вывести следствие (5) из (1)-(4) методом резолюций. Построить дерево вывода.

№4. Из $\forall x \forall y \forall z (P(x, y) \supset (P(x, z) \overset{?}{\leftarrow} (P(z, y)))$

Методом резолюций вывести $\forall x \forall y \forall z ((\neg P(x, y) \& \neg P(y, z)) \supset \neg P(x, z))$

Построить дерево вывода.

№5. Методом резолюций из иррефлексивности и транзитивности отношения R вывести его асимметричность. Построить дерево вывода.

№6*. Методом резолюций из $P \subseteq Q$ вывести $P \circ R \subseteq Q \circ R$

Вариант II

№1. $W1 = \{P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))\}$,

$W2 = \{Q(f(w), a, z), Q(w, b, f(z))\}$.

Унифицируемы ли $W1$ и $W2$, если да, то найти НОУ.

№2. $C1 = \neg P(v, z, v) \overset{?}{\leftarrow} P(w, z, w)$,

$$C2 = P(w, h(x, x), w)$$

Найти резольвенты, если они есть.

№3. (1) Каждый студент честен

(2) Джон нечестен

(3) Джон – не студент

Вывести следствие (3) из (1) и (2) методом резолюций. Построить дерево вывода.

№4. Из $\forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \& P(y, z)) \supset P(x, z))$

Методом резолюций вывести $\forall x \forall y \forall z (P(x, y) \supset (P(x, z) \rightarrow P(z, y)))$

Построить дерево вывода.

№5. (1) $\forall x \exists y (L(x, y) \supset L(x, F))$

(2) $\forall x \exists y L(x, y)$

(3) $\forall x L(x, F)$

Методом резолюций из (1) и (2) вывести (3) (задача о Св. Франциске).

Построить дерево вывода.

№6*. Методом резолюций из $P \subseteq Q$ вывести $R \circ P \subseteq R \circ Q$

Контрольные вопросы к экзамену

Вопросы 1-го семестра:

1. Теорема 1 о функции оценки $v[\varphi]$
2. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Теорема 2 о корректности.
3. Приведение к с.д.н.ф. в ИЭФ. Теорема 3 о представлении булевой функции посредством с.д.н.ф.
4. Приведение к с.к.н.ф. в ИЭФ. Теорема 4 о представлении булевой функции посредством с.к.н.ф.
5. ИЭФ. Теорема 5 о полноте ИЭФ.
6. Класс $T0$: замкнутость и предполнота
7. Класс $T1$: замкнутость и предполнота
8. Числа элементов $T0^{(n)}$, $T1^{(n)}$ и $S^{(n)}$, $L^{(n)}$
9. Булева алгебра множеств. Теорема о дополнении. Число элементов $P2^{(n)}$.
10. Принцип двойственности в булевой алгебре высказываний
11. Класс S – самодвойственных функций. Замкнутость S . Число элементов $S^{(n)}$.
12. Класс монотонных булевых функций M . Замкнутость M .
13. Лемма 1 о $F \notin S$. Предполнота S .
14. Лемма 2 о $F \notin M$. Предполнота M .
15. Алгебра И.И. Жегалкина. Класс линейных булевских функций. Замкнутость L . Число элементов $L^{(n)}$.

16. Лемма 3 о $F \notin L$. Предполнота L .
17. Алгебра И.И. Жегалкина. Её функциональная эквивалентность булевой алгебре высказываний.
18. Булева алгебра высказываний (исчисление эквивалентных формул). Доказуемость формул и выводимость из гипотез. Теорема об отрицании.
19. Булева алгебра множеств. Булеан 2^U . Число элементов 2^U . Теорема о дополнении.
20. Теорема 6 о функциональной полноте (необходимость). Следствие 1.
21. Теорема о функциональной полноте (достаточность).
22. Следствие 2 Теоремы о функциональной полноте (число предполных классов есть в точности 5). Определение базиса множества булевских функций. Как найти базис множества булевских функций (следствие Теоремы 6 о функциональной полноте)?

Вопросы 2-го семестра:

1. Множества Хинтикки и лемма Хинтикки для логики высказываний.
2. Теорема о корректности для метода аналитических таблиц для логики высказываний.
3. Теорема о полноте для логики высказываний.
4. Приведение к д.н.ф. методом аналитических таблиц.
5. Приведение к к.н.ф. методом аналитических таблиц.
6. Нахождение контроценок методом аналитических таблиц.
7. Лемма Кёнига.
8. Устранение кванторов для конечного универсума. Вывод формулы для композиции бинарных отношений.
9. Приведение к стандартной форме Скулема. Эрбранов универсум.
10. N -интерпретация, N^* -интерпретация I^* , соответствующая интерпретации I . Теорема 2 о невыполнимости множества дизъюнктов S .
11. Семантические деревья. Теорема Эрбрана (версия I).
12. Семантические деревья. Теорема Эрбрана (версия II) (без доказательства).
13. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема 5 о резольvente.
14. Подстановка, композиция подстановок, унификация. Алгоритм унификации. Леммы 1-3.
15. Теорема 6 об унификации.
16. Метод резолюций для логики предикатов. Определение резольventы. Резолютивный вывод. Лемма подъема.
17. Теорема 8 о полноте метода резолюций для логики предикатов.
18. Теорема корректности для логики предикатов (метод аналитических таблиц).
19. Множества Хинтикки и Лемма Хинтикки для логики предикатов.
20. Теорема о полноте для логики предикатов (метод аналитических таблиц).

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

а) Основная литература

1. *Певзнер М.С., Финн В.К.* Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989.
2. *Чень Ч., Ли Р.* Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983.
3. *Новиков Ф.А.* Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).
4. *Лавров И.А., Максимова Л.Л.* Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975.
5. *Гладкий А.В.* Математическая логика. – М.: РГГУ, 1998.
6. *Вагин, В. Н.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах : учебное пособие / В. Н. Вагин. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 704 с. — ISBN 978-5-9221-0962-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2357>

б) Дополнительная литература

1. Многозначные логики и их применения. Том 1. Логические исчисления, алгебры и функциональные свойства // *Ред. В.К.Финн* – М.: ЛКИ., 2008
2. Многозначные логики и их применения. Том 2. Логики в системах искусственного интеллекта // *Ред. В.К.Финн* – М.: ЛКИ., 2008

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://isdwiki.rsu.ru/moodle/course/view.php?id=11>
2. <http://www.wolframalpha.com/>

6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издавания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебный класс с хорошей доской, компьютером и видеопроектором.

Перечень ПО

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (<i>лицензионное или свободно распространяемое</i>)
1	Adobe Master Collection CS4	Adobe	лицензионное
2	ОС «Альт Образование» 8	ООО «Базальт СПО	лицензионное
3	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

5	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
6	Zoom	Zoom	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
 - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей.

Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
 - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
 - дисплеем Брайля PAC Mate 20;

- принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
- акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий

Тема 1. (14 ч.) Алгебра логики

Цель занятий: усвоить основные понятия алгебры логики, научиться строить истинностные таблицы, осуществлять вывод в исчислении эквивалентных формул, находить СДНФ и СКНФ, определять принадлежность функций алгебры логики к предполным классам, отвечать на вопрос о функциональной полноте конечных множеств функций, находить базисы систем функций.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Что такое формула логики высказываний? Что такое СДНФ и СКНФ? Какими способами можно найти СДНФ и СКНФ формулы логики высказываний? Что такое функция алгебры логики? Что такое суперпозиция функций алгебры логики? Какие классы функций называются замкнутыми, полными и предполными? Как можно использовать теорему о функциональной полноте для доказательства функциональной полноты системы функций и определения базисов систем функций?

Контрольные вопросы:

1. Логические связи, формулы логики высказываний. Истинностные таблицы логических операций.
2. Аксиомы и правила вывода ИЭФ. Теоремы о корректности и полноте ИЭФ.
3. СДНФ, СКНФ и способы приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ.
4. Булевские функции и их суперпозиция. Замкнутые классы булевских функций. Предполные классы. Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.

Список источников и литературы:

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 8–37)
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 155–197).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 2. (14 ч.) Логика высказываний

Цель занятий: освоить метод аналитических таблиц, научиться использовать аналитические таблицы для решения различных задач.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Что такое альфа- и бета-правила? Какие формулы являются доказуемыми? В каком случае мы говорим, что формула выводима из совокупности гипотез? Что такое множество Хинтикки? Как использовать аналитические таблицы для приведения к ДНФ и КНФ? Как использовать аналитические таблицы для решения текстовых логических задач?

Контрольные вопросы:

1. Альфа- и бета-правила. Аналитические таблицы.
2. Доказуемость формул и выводимость из совокупности гипотез.
3. Деревья. Лемма Кёнига. Теорема Компактности.

4. Множества Хинтилки. Лемма Хинтилки. Теоремы о корректности и о полноте.

Список источников и литературы:

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 73–108).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 3. (12 ч.) Множества и отношения

Цель занятий: познакомиться с булевой алгеброй множеств, познакомиться со свойствами бинарных отношений и способами определения отношений, рассмотреть важные классы бинарных отношений (отношения эквивалентности и частичного порядка), научиться решать задачи с использованием аксиом булевой алгебры и свойств бинарных отношений.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Похожи ли аксиомы булевой алгебры множеств на аксиомы ИЭФ? Как определяется симметрическая разность множеств и какой операции алгебры логики она соответствует? Какое отношение называется отношением эквивалентности? Каков интуитивный смысл отношений эквивалентности? Как связаны между собой отношения эквивалентности и разбиения? Что такое диаграмма Хассе? Как используется диаграмма Хассе для представления отношения частичного порядка? Что такое полурешетка, квазирешетка и решетка?

Контрольные вопросы:

1. Булева алгебра множеств и ее сходство с булевой алгеброй классической логики.
2. Бинарные отношения и их свойства.
3. Отношения эквивалентности. Разбиения.
4. Отношения порядка. Диаграммы Хассе. Полурешетки, квазирешетки, решетки.

Список источников и литературы:

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 50–72).
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 21–103).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 4. (12 ч.) Логика предикатов

Цель занятий: ознакомить студентов с основными понятиями и результатами логики предикатов, научить применять исчисление предикатов для решения практических задач.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Каков интуитивный смысл кванторов? Каким образом можно перевести на язык логики предикатов математические утверждения? Как можно формально определить семантику логики предикатов? Каковы правила аналитических таблиц для логики предикатов и каков предпочтительный порядок их использования? Как можно применять аналитические таблицы для логики предикатов при решении практических задач?

Контрольные вопросы:

1. Язык логики предикатов. Кванторы.
2. Семантика логики предикатов. Реляционные системы. Модели. Общезначимость.
3. Предикаты на конечных универсумах.
4. Аналитические таблицы для логики предикатов.
5. Лемма Хинтилки. Теоремы о корректности и о полноте системы аналитических таблиц для логики предикатов. Теорема компактности.

Список источников и литературы:

1. Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 38–49).
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

Тема 5. (20 ч.) Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем

Цель занятий: усвоить основные методы решения линейных уравнений.

Форма проведения – обсуждение, решение задач, опрос.

Вопросы для обсуждения:

Каков алгоритм приведения формулы к предваренной нормальной форме? Как порождается нормальная форма Скулема? Как связаны между собой исходная формула и ее нормальная форма Скулема? Будет ли нормальная форма Скулема эквивалентна исходной формуле? Как можно построить эрбрановский универсум для множества дизъюнктов? Как определить Н-интерпретацию? Как применять алгоритм унификации? Как использовать метод резолюций для решения практических задач?

Контрольные вопросы:

1. Предваренные нормальные формы. Нормальные формы Скулема.
2. Теорема о противоречивости формулы, представленной в нормальной форме Скулема.
3. Эрбрановский универсум. Н-интерпретации множества дизъюнктов.
4. Семантические деревья. Опровергающие вершины.
5. Теорема Эрбрана (вариант I и вариант II).
6. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente.
7. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации.
8. Метод резолюция для логики предикатов. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций.

Список источников и литературы:

1. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983 (с. 43–101).

Материально-техническое обеспечение занятия: академическая аудитория с хорошей доской.

9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Наименование раздела дисциплины	Кол-во часов	Вопросы для изучения	Литература
Математическая логика. Часть 1			
Алгебра логики	24	<p>Язык логики высказываний. Логические связи. Формулы. Булевские оценки. Тавтологии. Эквивалентные формулы. Исчисление эквивалентных формул (ИЭФ). Доказуемые формулы и формулы, выводимые из гипотез. Теорема о непротиворечивости для ИЭФ. Нормальные формы в ИЭФ. СДНФ, СКНФ. Приведение к ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ). Теорема о полноте для ИЭФ. Булевские функции. Суперпозиции булевских функций. Замкнутые классы. Предполные классы. Теоремы о представлении булевских функций посредством СДНФ и СКНФ. Функциональная полнота систем булевских функций. Число булевских функций, зависящих от n переменных. Классы T_0 и T_1. Замкнутость T_0 и T_1. Предполнота T_0 и T_1. Класс линейных функций L. Замкнутость L. Предполнота L. Лемма о нелинейной функции. Класс монотонных функций M. Замкнутость M. Предполнота M. Лемма о немонотонной функции. Класс самодвойственных функций S. Замкнутость S. Предполнота S. Лемма о несамодвойственной функции.</p>	<p>Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 8–37)</p> <p>Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 155–197).</p>

		Теорема о функциональной полноте систем булевских функций.	
Логика высказываний	24	Логика высказываний. Метод аналитических таблиц (а.т.). Классификация формул. Доказуемые формулы. Альфа-, бета-правила. Примеры расширения метода а.т. для трехзначных логик. Определения противоречий в логике высказываний. Теорема о непротиворечивости метода а.т. Лемма Хинтикки (для логики высказываний). Теорема о полноте метода а.т. (для логики высказываний). Теорема компактности (для логики высказываний). Приведение к ДНФ и КНФ методом а.т.	Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 73–108).
Множества и отношения	22	Булева алгебра множеств. Кортежи. Декартово произведение. Предикаты и отношения. Булева алгебра отношений. Бинарные отношения. Операции обращения и композиции. Бинарные отношения: матричное задание булевских операций над бинарными отношениями. Свойства и типы бинарных отношений. Графы. Простые графы и бинарные отношения. Отношения типа эквивалентности. Разбиения. Теорема о разбиении. Частично упорядоченные множества. Диаграммы. Полурешетки. Квазирешетки. Дистрибутивные решетки. Дистрибутивные решетки с дополнениями (булевы алгебры). Примеры дистрибутивных квазирешеток и решеток: некоторые трехзначные логики.	Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 50–72). Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 21–103).
Математическая логика. Часть 2			
Логика предикатов	34	Язык логики предикатов первого порядка. Кванторы. Формулы. Оценки формул логики предикатов первого порядка. Реляционные системы, модели. Общезначимые формулы. Предикаты на конечных универсумах: устранение кванторов. Метод а.т. для логики предикатов первого порядка. Классификация формул. Правила вывода. Доказуемые формулы. Теорема о непротиворечивости метода а.т. (для логики предикатов). Лемма Хинтикки (для логики предикатов). Теорема о полноте метода а.т. (для логики предикатов)..	Певзнер М.С., Финн В.К. Логические средства информационных систем: алгебра и логика высказываний, алгебра множеств (учебное пособие). – М.: МГИАИ, 1989 (с. 38–49). Новиков Ф.А. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. — СПб.: Питер, 2017 (с. 198–224).
Теорема Эрбрана и методы автоматического доказательства теорем	36	Предваренные нормальные формы в логике предикатов. Предваренные нормальные формы Скулема. Теорема о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема. Эрбрановский универсум множества дизъюнктов. Н-интерпретации множества дизъюнктов S. Необходимое и достаточное условие невыполнимости S. Семантические деревья. Опровергающие вершины. Теорема Эрбрана (вариант I). Теорема Эрбрана (вариант II). Применение теоремы Эрбрана: метод Девиса-Патнема. Метод резолюций для логики высказываний. Теорема о резольvente как следствии дизъюнктов C1 и C2. Подстановка и унификация, наиболее общий унификатор. Алгоритм унификации. Теорема унификации. Метод резолюций для логики предикатов 1-го порядка. Лемма подъема. Теорема о полноте метода резолюций. Стратегия вычеркивания.	Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983 (с. 43–101).

		Алгоритм поглощения. Теорема о корректности алгоритма поглощения.	
--	--	-------------------------------------------------------------------	--

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Освоение дисциплины «Математическая логика» предполагает активную самостоятельную работу студента. Самостоятельная работа студента состоит из:

- подготовки к лекциям и семинарам (чтению и усвоению соответствующей литературы, указанной в таблице «Планы семинарских занятий», а также конспектов предыдущих лекций и дополнительной литературы);
- выполнения домашних заданий;
- выполнения домашних индивидуальных контрольных работ;
- подготовки к контрольным работам, зачету и экзамену.

Самостоятельная работа студента является важным компонентом обучения. Студент обязан приходить на лекции и семинары предварительно подготовившись по пройденным темам, которые используются в текущих лекциях и семинарах.

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая логика» является частью *математического и общенаучного цикла дисциплин* (Б1) подготовки студентов по направлению подготовки 45.03.04 «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере». Дисциплина реализуется на Отделении интеллектуальных систем в гуманитарной сфере кафедрой математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере.

Цель дисциплины: развитие навыков точного рассуждения, включающего методы доказательства в исчислениях как заданных аксиоматически, так и в виде систем правил (натуральные исчисления).

Задачи дисциплины:

- изложение начальных сведений, необходимых как для дальнейшего изучения математической логики, так и для успешного освоения курсов программирования и информационных систем;
- введение в теорию бинарных отношений, которая необходима для изучения теории баз данных;
- изложение основ автоматического доказательства теорем (этот раздел логики имеет большое значение для систем искусственного интеллекта).

В результате освоения дисциплины (*модуля*) обучающийся должен:

Знать:

- характеристики аксиоматического метода (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- определения фундаментальных понятий математической логики (логическая связка, формула, булевская оценка, тавтология, эквивалентность формул, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ), булевская функция, замкнутый класс булевских функций, полнота и предполнота класса булевских функций, бинарное отношение, отношение эквивалентности и порядка, решетка, булева алгебра; логический вывод и доказательство, натуральный вывод, исчисление гильбертовского типа, аналитические таблицы, предикат, квантор, реляционная система, модел, общезначимость, полнота и непротиворечивость формальных теорий, предваренная нормальная форма, предваренная нормальная форма Скулема, Эрбрановский универсум, резолюция, подстановка и унификация) (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- теорему о функциональной полноте системы булевских функций (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- леммы Хинтички и теоремы о полноте метода аналитических таблиц для логики высказываний и логики предикатов (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- теорему о противоречивости формулы, представленной в предваренной нормальной форме Скулема, теорему Эрбрана (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- примеры применения теоремы Эрбрана для автоматического доказательства теорем (метод Девиса-Патнема, метод резолюций) (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- способы доступа к информационным ресурсам по математической логике (ОПК-2.2).

Уметь:

- формулировать на языках логики высказываний и логики предикатов утверждения (прежде всего математические), записанные неформально (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать технику алгебры логики для приведения формул логики высказываний к СДНФ и СКНФ (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать технику натурального вывода для построения доказательств методом аналитических таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать алгебру бинарных отношений (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- использовать поисковые машины для обнаружения нужной информации по математической логике (ОПК-2.2).

Владеть:

- навыками построения истинностных таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- навыками тождественных преобразований в алгебре логики (ОПК-1.1, ОПК-1.2);
- навыками построения аналитических таблиц (ОПК-1.1, ОПК-1.2).

По дисциплине предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме устных ответов у доски, выполнения письменных домашних заданий и написания контрольных работ, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ